

EXAMEN FINAL
ANÁLISIS NUMÉRICO I / ANÁLISIS NUMÉRICO
26/07/2023

Apellido y nombre: XXXXXXXXXX
Carrera: LCC
Condición: Regular

Cantidad de hojas (sin contar hoja de enunciados): 5

Nota: Todos los desarrollos deben estar debidamente justificados.

Práctico						Teórico			Lab.	Total	NOTA
1	2	3	4	Libre	Total	1	2	Total	Total		
25	18	25	5	/	73	50	15	65	/	138	7

Parte Práctica

1. Si $x, y \geq 0$, demostrar que:

$$\left| \frac{x + y - fl(fl(x) + fl(y))}{x + y} \right| \leq 2\epsilon + \epsilon^2,$$

donde $fl(x) = x(1 + \delta_x)$ y $|\delta_x| \leq \epsilon$ para todo x .

2. Dar una estimación del error que se comete al interpolar la función $f(x) = \ln(x)$ por un polinomio interpolante de grado 9, que interpola a f en 10 puntos en el intervalo $[1, 2]$.

3. Se desea estimar un cero de la función $f(x) = x^4 - 3x^2 - 3$ en el intervalo $[1, 2]$.

- a) Determine una función apropiada para usar el método de iteración de punto fijo.
- b) Verifique que dicha función satisface las condiciones de convergencia en el intervalo en cuestión.
- c) Realice tres iteraciones comenzando con $x_0 = 1$.

Resolver el siguiente problema de programación lineal

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} && -x_1 - 2x_2 - 3x_3 \\ &\text{sujeto a} && x_1 + x_2 + x_3 \leq 12, \\ &&& 2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 18, \\ &&& x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

(Sólo alumnos libres) Determine una cota para el error absoluto al aproximar la integral

$$\int_0^6 \sin(x^2) dx,$$

utilizando la regla compuestas del Trapecio con 101 puntos equiespaciados.

Parte Teórica

1. a) Enuncie y demuestre el teorema de convergencia del método de bisección.
b) De ejemplos que muestren que las hipótesis para la convergencia son necesarias.
2. a) Demuestre que dada una familia de polinomios ortogonales en $[a, b]$ con peso $w(x)$ cada uno de los polinomios tiene todas sus raíces reales en el intervalo $[a, b]$.
b) Muestre cuál es la exactitud de una regla gaussiana de integración.